Par suite $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty \Rightarrow$ f n'est pas dérivable à droite en 0.

$\oplus$ La fonction à $x \mapsto x^2 + 4x$ est continue et positive sur IR^+

$\Rightarrow$ la fonction qui à $x \mapsto \sqrt{x^2+4x}$ est continue sur IR^+.

$\Rightarrow$ la fonction qui à $x \mapsto \dfrac{\sqrt{x^2+4x}+x+2}{2}$ est continue et strictement positive sur IR^+ $\Rightarrow$ la fonction $f : x \mapsto \text{Log}\left[\dfrac{x+2+\sqrt{x^2+4x}}{2}\right]$ est continue ur IR^+.

• $\forall x \in IR_+^*; f'(x) = \dfrac{\dfrac{1+\dfrac{2x+4}{2\sqrt{x^2+4x}}}{2}}{\dfrac{x+2+\sqrt{x^2+4x}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+4x}} > 0$

D'où le tableau de variation de f

x	0		$+\infty$
f'(x)	||	+	
f (x)	||	↗	$+\infty$
	0		

• $\lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{x\to+\infty} \text{Log}\dfrac{x+2+\sqrt{x^2+4x}}{2} = +\infty.$

c • $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\text{Log}\dfrac{x(1+\frac{2}{x}+\sqrt{1+\frac{4}{x}})}{2}}{x}$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\text{Log}(x)}{x}\right] + \lim_{x\to+\infty} \frac{\text{Log}\left(\dfrac{1+\frac{2}{x}+\sqrt{1+\frac{4}{x}}}{2}\right)}{x} = 0$$

$\Rightarrow$ la courbe de f possède une branche parabolique infinie de direction l'axes des abscisses au voisinage de $+\infty$.

• $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty \Rightarrow$ la courbe de f possède une demi tangente verticale au point O(0, 0).